

质量比值的织法起源：1836

The Weaving Origin of the Proton–Electron Mass Ratio: 1836

刘心旷，姬雅

摘要

本文从织法公式出发，在唯一的结构性输入——色流饱和量子数 $b_P = 3$ （即三比特结构 Z_2^3 ，与锁定色数的同一个结构数）——下，零参数给出质子与电子的质量比值主项。几何基础是金刚石网及其六元环：质子是网中的一条六元环（6 条边、5 个非零模），环振动恒等式给出普适结构形式

$m_p/m_e = 2b_P \cdot \pi^{2b_P-1}$, $b_P = 3 \Rightarrow 6\pi^5 = 1836.118109$ （与观测相差 -1.88×10^{-5} ，即 -0.0019% ）。

主项不含任何观测输入，也不引入任何修正因子。同一个 $b_P = 3$ 既给色数 ($N_c = 3$) 又给质量比 (1836) ——这是一处两读的结构数。边界明确：读数规则 (2.3) 为半经典级；主项残差 -1.9×10^{-5} 尚无机制解释，列为开放问题；质量的绝对值（比值到绝对质量的换算数）同列为开放。

关边词：织法公式；三比特结构 Z_2^3 ；质量比值 1836；色流饱和量子数 b_P ；金刚石网；六元环；环振动相空间

1 引言

1.1 问题：比值与绝对值是两类不同的问题

标准模型把粒子质量作为自由参数输入：电子质量与质子质量的来源没有解释，二者之比

$$m_p/m_e = 1836.15267343.$$

(PDG [1]) 只能由实验给出。既有的理论构造——从组分夸克模型到格点 QCD——可以计算质子质量，但都要求在给定耦合与给定夸克质量的条件下进行数值求解，比值本身仍不是被结构锁定的一条数。

织法给了另一个入口。规范结构的织法起源已在 [2] 中给出；规范强度与元电荷 e 的织法起源已在 [3] 中给出。本文处理的是第三类量：两个质量之比。本文的主张是—— m_p/m_e 不是拟合出来的数，而是由织法的离散结构数唯一锁定的一条关系，零自由参数。

1.2 本文命题

本文的唯一结构性输入是

$$b_P = 3,$$

即色流饱和量子数取 3（由 [2] 锁定：边携带 $\ell = 3$ 个比特，色的载体 $\wedge^1 C^3$ 的维数为 3，故色数 $N_c = \ell = 3$ ）。几何基础是金刚石网：它是四价网，最短闭合回路是六元环（6 条边），沿堆垛轴作正交投

影为平面三价（蜂窝）网。在此输入与基础上：

1. 两极的形态（见 [4]）——电子是点畴（一条边/3 比特， $\wedge^3 = 111$ ，比特和 $w = 3 \Rightarrow Q = 1$ ；内部无振动模）；质子是六元环畴（环长 $L = 6$ 条边，三条是夸克边、三条由胶子占据）；
2. 主项——环振动恒等式给出 $m_p/m_e = 2b_P \cdot \pi^{(2b_P-1)}$ ， $b_P = 3 \Rightarrow 6\pi^5 = 1836.118109$ ，偏差 -0.0019% ；且 $b_P = 3$ 是唯一解；
3. 边界——主项残差 -1.9×10^{-5} 尚无机理解释；本文不引入修正因子，残差列为开放问题。

1.3 与既有工作的关系

本文继续 [2]： $b_P = 3$ （色数）是 [2] 的结论，本文发现同一个结构数同时给出质量比。机制图像与弦网凝聚 [5] 相合——质量（惰性）来自畴的内部相空间，而非外加的参数；读数方式与格点规范理论中“耦合 / 能标 = 态计数”的取向一致 [6]。方法上，本文的读数是半经典的（每模相空间 $2\pi J$ ），与 Bohr-Sommerfeld 量子化 [7-9] 同型。

本文与 [2,3] 的界线是清楚的：[2] 给规范结构，[3] 给规范强度与 e ，本文给质量之比。三篇共用同一组结构数（ $\ell = 3$ 、 $b_P = 3$ 、边 8 态），不共用任何自由参数。

1.4 全文结构

全文先回顾织法理论并给出几何基础（金刚石网、六元环），再给出两极（点畴与六元环畴）的织法形态，然后给出主项 $2b_P \cdot \pi^{(2b_P-1)}$ 及其唯一性，随后说明与色数线的结构同源，最后交代边界与开放问题并给出结论。

2 织法理论与几何基础

2.1 织法与织法公式

本文的出发点为织法公式，其定义与基本定理见 [10]。简言之，织法是带荷的网络 $W = (V, E, T)$ ： V 为节点集， E 为边集，每条边带群荷 $a_e \in G$ （ G 为有限群）；每个节点带张量 $T_v : G^{\partial v} \rightarrow \mathbb{C}$ （腿与关联边一一对应），满足荷守恒（仅当 $\bigoplus_{e \in \partial v} a_e = 0$ 时 $T_v \neq 0$ ）与归一。织法公式给出网络的量子态：

$$|\Psi[W]\rangle = \sum_{\{a \in G^E\}} \left(\prod_{\{v \in V\}} T_v(a|\partial v) \right) |a\rangle \quad (2.1)$$

即对全部边荷构型求和，振幅取节点张量之积。规范力与物质谱由这一网络的集体行为涌现。

2.2 几何基础：金刚石网与六元环

本文的几何基础是织法的四价实现——金刚石网：边长 a_P （基本单元； $a_P = 2\sqrt{\ln 8} \cdot l_P$ ，定义见 [10]），夹角 $\arccos(-1/3) = 109.4712^\circ$ ，每个节点 4 条边（由边的 8 个态成对给出），两套面心立方子晶

格沿体对角线错开 $1/4$ （图 1）。该网的最短闭合回路是六元环：6 条边、6 个节点，夹角全为 109.4712° ，呈椅式，6 个节点到环心等距。沿 (111) 方向投影，金刚石网成为平面三价（蜂窝）网；六元环随之分两类：不含沿 [111] 的边的环投影为平面正六边形（六条投影边等长、内角全为 120° ），含此类边的环投影为菱形（该边投影退化为一，环上两点并合）。本文只用这一几何事实：环长 $L = 6$ 。

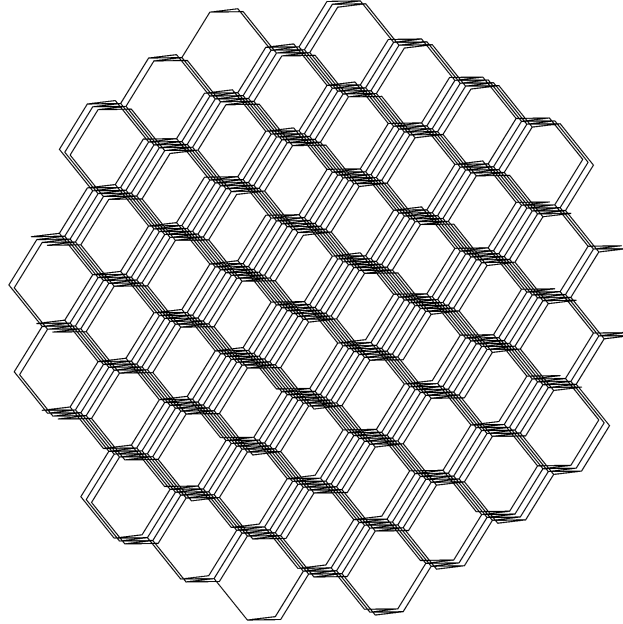


图 1 三维金刚石网的一个团簇：整个团簇全部画出（边界节点伸向网外的边略去），边长 = a_P 。每个内部节点有 4 条边，指向正四面体的 4 个顶点（夹角 $\arccos(-1/3) = 109.4712^\circ$ ）；网中最短的闭合回路是六元环（6 个节点、6 条边）。任意一个六元环的 6 个节点都不共面（沿体对角线看呈椅式起伏）；沿 (111) 方向投影后，不含 [111] 边的六元环成为平面正六边形，含 [111] 边者成为菱形。

2.3 结构性输入： $b_P = 3$

在 [2] 中，边的态空间由外代数给出：边携带 $\ell = 3$ 个比特，色由 $\wedge^1 C^3$ 表达，其维数即色数（胶子数 $\ell^2 - 1 = 8$ ）：

$$N_c = \ell = 3, \quad b_P = 3 \quad (2.2)$$

其中 b_P 是色流饱和量子数——它是织法侧的一个离散、刚性、无量纲的结构数，没有连续调节空间。本文的全部分析只用这一个数。

2.4 环-点判据：质量 $\propto$ 内部相空间

本文采用织法的质量读数规则（层 4 读数；严格化见 § 6.2 条目 1）：

$$m(\text{粒子}) \propto \prod_n (2\pi J_n) \quad (\text{该畴的内部相空间}) \quad (2.3)$$

其中乘积遍历该畴的内部非零模， $J_n = \sin(\pi n/L) = \omega_n/2$ 为第 n 个模的模振幅（§ 3.3）。物理读法：惰性（质量）= 畴的内部相空间——每模贡献“绕环一周的相位 2π ” $\times$ “模振幅 J_n ”，即每模因子 $2\pi J_n = \pi \omega_n$ （两写法等价）。故 π 的幂 = 模数， π 来自环的拓扑闭合，不含任何单位制常数。

读数取积而非和：和（玻色零点能型， $\sum_n \omega_n = 7.464$ ）无 π 幂，与 1836 不符；积对应费米子行列式（ $\det = \prod \lambda_n$ ），与织法理论的费米型模一致。另一步取舍是每模相位 2π 是否计入“体积”：取体积（保留 2π ） $\Rightarrow 6\pi^5$ ；取态数（ $N = \text{相空间}/(2\pi\hbar)^n$ ， 2π 归一掉） $\Rightarrow \prod_n J_n = 3/16 < 1$ ，与观测矛盾。本文取体积，依据是“每模绕环一周 = 2π ”的几何读数 [7-9]，与乘积型配分函数 $Z = \prod_n Z_n$ [11] 同型；该归一化取舍见 § 6.2 条目 1。

注：每模因子 $2\pi J_n$ 是纯几何量（不含 $\hbar$ ），故两侧相空间都是纯数、比值与单位制无关；模数不同只改变 π 的幂次。由 (2.3)，质量比值归结为模比——这正是本文的骨架。

3 两极的织法形态

3.1 电子：点畴（0 模）

电子在织法中的身份是一个点畴——一个不承载色闭合环的内部结构的定位缺陷。在织法中，一个基本粒子由一条边（3 比特）表达（见 [4]）：比特和给出荷，比特位置给出色。电子是其中最简的一例：三个比特全占（ $\wedge^3 = 111$ ，比特和 $w = 3 \Rightarrow Q = 1$ ）。自旋与统计按观测取定，本文不推导。其荷与内部模数为

$$Q_e = 1 \quad (w = 3, Q = w/\ell = 1), \quad \text{内部非零模数} = 0 \quad (3.1)$$

点畴没有内部振动自由度，故其内部相空间为 1： $m_e \propto 1$ 。

3.2 质子：六元环畴（环长 6）

质子是金刚石网中的一条六元环——六条边中三条是夸克边、三条由胶子占据（交替相接），环为色单态（见 [4]；§ 2.2），环长

$$L = 2b_P = 6 \quad (3.2)$$

环长由几何直接给出：六元环有 6 条边，而 $6 = 2b_P$ ；同时 $\prod_{\{n\}} \omega_n = 6$ （§ 3.3）与置换群阶 $|S_3| = 6$ 也给同一个数。环的振动模由环长决定：长度为 L 的环有 $L - 1 = 5$ 个非零模（质心（平移）模被排除，因为它对应整体位移而非内部自由度）。

3.3 环的模谱

六元环的振动模由 C_6 的离散拉普拉斯谱给出：单位边刚度下本征值 $\lambda_n = 4 \sin^2(\pi n/6) = 1, 3, 4, 3, 1$ （整数谱），故模频率（去掉 $n = 0$ 的质心模）

$$\omega_n = 2 \sin(\pi n/L) = 2 \sin(\pi n/6), \quad n = 1, \dots, 5 \quad (3.3)$$

即 $\omega_n = 1, \sqrt{3}, 2, \sqrt{3}, 1$ （ $n = 0$ 为质心模，不计内禀质量）。写作模振幅 $J_n = \sin(\pi n/L) = \omega_n/2$ ，则其乘积是两个纯几何的数（与观测无关）：

$\prod_{n=1}^5 J_n = 3/16$, $\prod_{n=1}^5 2 J_n = \prod_{n=1}^5 \omega_n = 6$ 。

$\prod_{n=1}^{m-1} \omega_n = m$ 是一条单位根恒等式 (附录 A), 在 $L = 6$ 时给 6——即环节点数, 在三比特结构中等于置换群阶 $|S_3|$ 。6 与 3/16 都是环几何给死的数, 不是约定。每模相空间取 $2\pi J_n = \pi \omega_n$ (绕环一周相位 $\times$ 振幅), 两写法等价 (§ 2.4)。

4 主项: $2b_P \cdot \pi^{(2b_P-1)}$

4.1 环振动恒等式

本文主项依赖一条经典乘积恒等式 (证明与数值验证见附录 A):

$$\prod_{n=1}^{m-1} 2\pi \sin(\pi n/m) = m \cdot \pi^{(m-1)} \quad (4.1)$$

将环长 $m = L = 2b_P$ 代入, 即得主项:

$$m_p/m_e = \prod_{n=1}^{2b_P-1} 2\pi \sin(\pi n/2b_P) = 2b_P \cdot \pi^{(2b_P-1)} \quad (4.2)$$

(4.2) 是结构形式: 它对任意 b_P 成立 (普适), 与 π 的幂次一起被恒等式自动锁定; 具体数值则依赖 $b_P = 3$ 这一假设。

4.2 相空间读数机制

(4.2) 的物理读法即 (2.3):

- 质子 (环, 5 模) —— 每模贡献 $2\pi J_n$, 相空间为 $\prod_{n=1}^5 (2\pi J_n) = (2\pi)^5 \cdot \prod_{n=1}^5 \sin(\pi n/6) = 6\pi^5$;
- 电子 (点, 0 模) —— 相空间为 1 (空乘积)。

故 $m_p/m_e = 6\pi^5/1 = 6\pi^5$ 。即

$m_p/m_e = \text{环畴内部相空间} \div \text{点畴内部相空间}$ 。

注意这是无量纲相空间体积之比; 它能读作质量比, 依赖 § 2.4 的读数规则 (其严格化见 § 6.2 条目 1)。

4.3 唯一性

表 1 环长扫描: 只有 $b_P = 3$ 落在 1836

b_P	环长 2b_P	模数 2b_P-1	值	偏差
2	4	3	124.025107	-93.245%
3	6	5	1836.118109	-0.0019%
4	8	7	24162.345822	+1215.92%

只有 $b_P = 3$ 给出 1836。这一唯一性以 § 3.2 的环长（六元环的 6 条边， $L = 6$ ）为前提；在该前提下， $b_P = 3$ 由 [2] 的色数锁定，是代数必然，不是在候选堆里挑出来的。环长扫描 ($m = 2, \dots, 8$): 6.283、29.609、124.025、487.045、1836.118、6729.724、24162.346——只有 $m = 6$ 落在 1836。

4.4 主项数值与残差

$$6\pi^5 = 1836.118109 \quad (4.3)$$

$$\text{观测 } 1836.15267343, \text{ 相对残差 } \delta_{\text{obs}} \equiv (\text{主项} - \text{观测})/\text{观测} = -1.8825 \times 10^{-5} \quad (4.4)$$

$$(-0.0019\%)$$

主项不含任何观测输入，也不引入修正因子：残差 -1.8825×10^{-5} 目前没有机制解释，列为开放问题 (§ 6.2、§ 6.3)。

5 结构同源：同一个 b_P

两条线的结构同源是现在就成立的事实： $b_P = 3$ （本文，质量比）与 $\ell = 3$ 、 $b_P = 3$ （[2]，色数与规范结构）出自同一组织法结构数，全部零自由参数。同一个离散结构数既锁定色数 $N_c = 3$ ，又锁定质量比 1836——这是本线最强的结构结论。

6 讨论与边界

6.1 本文的量是 A 层纯数

按是否携带量纲分层：A 层 = 纯数 / 比值（由织法直接给出，不需要尺子），B 层 = 带量纲的绝对值（需要尺子，即格距）。 m_p/m_e 是 A 层量——本文的推导只用到离散模计数与 π ，不含任何观测输入。这是它与绝对质量（B 层）的关边区别：后者需要尺子，前者不需要。尺子由织法给出：唯一长度尺度 a_P 定出唯一质量单位 $m_0 = \hbar/(a_P c)$ ($a_P = 2\sqrt{\ln 8} \cdot l_P$)。因此 B 层量的剩余问题不是“单位”，而是那个换算数（质量份数的倒数 m_0/m ）的取值 (§ 6.3 条目 4)。

6.2 诚实边界

1. 读数规则的严格化——(2.3) 采用织法读数规则（层 4）：每模因子 $2\pi J_n = 2\pi \sin(\pi n/L)$ （绕环一周相位 $\times$ 驻波振幅），取积而非和（层 3 裁决，对应费米子行列式）； π 的幂 = 模数由环的拓扑闭合给出。余下的精修是：把质量 = $\det(\text{畴模算子})$ 的 λ_n 作算子定义（需畴哈密顿量），以及相空间体积 vs 态数的归一化取舍（§ 2.4；两者只差每模 2π 的归一，与 § 6.3 条目 4 的换算数是两个不同的量，勿混）；
2. 主项残差没有机制解释—— -1.8825×10^{-5} 的来源未知；本文不引入任何修正因子，把它列为开放问题（§ 6.3）。残差不影响零参数主项的地位；
3. $b_P = 3$ 的来源是 [2] 的引用——本文不重复其推导；若 [2] 的 b_P 锁定被修正，本文随之修正。

6.3 开放问题

表 2 开放问题清单

#	问题	层 (A/B)	机制
1	质量 = 内部相空间体积 从织法作用量的严格导出 (含体积 vs 态数的取舍)	A 层	结构层
2	主项残差 -1.8825×10^{-5} 的来源 (结构修正, 或数值巧合)	A 层	?
3	α 的精密值 (e 线, [3]) —— 与本线主项的对照精度	A 层	单圈层
4	比值到绝对质量的换算数 (质量份数的倒数 m_0/m) 的取值: 电子 $m_0/m_e \approx 8.3 \times 10^{21}$	B 层	结构层

条目 4 的线索 (均不采用): v/m_e 有一条唯一 $< 0.5\%$ 的数值匹配 $160\pi^7 = 483246.9$ (观测 481839.8, 偏差 +0.292%), 其中 5 = 模数、7 = 非零 g 均为织法结构数; 但 2^5 、 π^7 的机制未立, 数值匹配 $\neq$ 机制, 故不作为结果, 仅记录为线索:

$$v/m_e \stackrel{?}{=} 160\pi^7 \text{ (+0.292\%, 结构理由弱, 未采用)}$$

(6.1)

6.4 首创性

从边出发, 一路给出 e ($1/\alpha(M_Z) = 13\pi^2$, 差 0.28%)、 m_p/m_e (零参数主项, 偏差 -0.0019%)、以及配套的电弱结构——前人没有。科学史上“结构 + 数值 + 零参数”先立、严格推导后补的先例很多 (Bohr 模型即一例 [7]); 本文的定位是前者: 结论由织法的离散结构数锁定, 且可错 (§ 6.2 列出全部已知薄弱处, § 6.3 列出开放问题)。

7 结论

1. $m_p/m_e = 2b_P \cdot \pi^{(2b_P-1)}$ ($b_P = 3 \Rightarrow 6\pi^5 = 1836.118109$) ——完全由织法结构常数决定, 零自由参数, 偏差 -0.0019% ; 在金刚石网/六元环基础上, 环长、模数、相空间积三者都是几何量;
2. 色数与质量比同源——同一个 $b_P = 3$ 既给 $N_c = 3$ 又给 1836, 这是本线最强的结构结论;
3. 主项读数规则 (半经典) 待严格化; 残差 -1.9×10^{-5} 尚无机制解释, 本文不引入修正因子; 质量绝对值的剩余问题——比值到绝对质量的换算数——留作开放 (§ 6.2、§ 6.3)。

参考文献

- [1] S. Navas, et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics[J]. Physical Review D, 2024, 110(3): 030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.110.030001.
- [2] Liu Xinkuang, Ji Ya. The Weaving Origin of the Gauge Forces[Z]. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.22710656.
- [3] Liu Xinkuang, Ji Ya. The Weaving Origin of the Elementary Charge and the Gauge Couplings[Z]. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.22726164.
- [4] Liu Xinkuang, Ji Ya. The Weaving Structure of the Matter Spectrum[Z]. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.22928553.
- [5] Xiao-Gang Wen. Quantum orders and symmetric spin liquids[J]. Physical Review B, 2002, 65(16): 165113. DOI: 10.1103/PhysRevB.65.165113.
- [6] John B. Kogut. An introduction to lattice gauge theory and spin systems[J]. Reviews of Modern Physics, 1979, 51(4): 659–713. DOI: 10.1103/RevModPhys.51.659.
- [7] Niels Bohr. On the constitution of atoms and molecules[J]. Philosophical Magazine, 1913, 26(151): 1–25. DOI: 10.1080/14786441308634955.
- [8] Albert Einstein. Zum Quantensatz von Sommerfeld und Epstein[J]. Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1917, 19: 82–92.
- [9] Lev D. Landau, Evgeny M. Lifshitz. Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory[M]. 3rd ed. Oxford: Pergamon Press, 1977.
- [10] Liu Xinkuang, Ji Ya. The Weaving Formula: Emergence Mechanism of Spacetime Geometry[Z]. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.22899821.
- [11] Richard P. Feynman. Statistical Mechanics: A Set of Lectures[M]. Reading: W. A. Benjamin, 1972.

附录

附录 A. 环振动恒等式的证明与数值验证

引理：对任意整数 $m \geq 2$,

$$\prod_{n=1}^{m-1} 2 \sin(\pi n/m) = m \tag{A.1}$$

证明：由 $z^m - 1 = (z - 1) \cdot \prod_{n=1}^{m-1} (z - e^{2\pi i n/m})$ ，两边约去 $(z - 1)$ ，得 $z^{m-1} + z^{m-2} + \dots + z + 1 = \prod_{n=1}^{m-1} (z - e^{2\pi i n/m})$ 。

令 $z = 1$ ，左边为 m ；右边取模为 $\prod_{n=1}^{m-1} |1 - e^{2\pi i n/m}| = \prod_{n=1}^{m-1} 2 \sin(\pi n/m)$ （用 $|1 - e^{i\theta}| = 2 \sin(\theta/2)$ ， $\theta = 2\pi n/m$ ）。故 $\prod_{n=1}^{m-1} 2 \sin(\pi n/m) = m$ 。■

由 (A.1) 立即得到本文所用形式：

$$\prod_{n=1}^{m-1} 2\pi \sin(\pi n/m) = (2\pi)^{m-1} \cdot m / 2^{m-1} = m \cdot \pi^{m-1} \tag{A.2}$$

数值验证 ($m = 2, \dots, 8$ ；左式与 $m \pi^{m-1}$ 逐项对照)：

表 A.1 环振动恒等式 (A.2) 的数值验证

m	$\prod 2\pi \sin(\pi n/m)$	$m \cdot \pi^{m-1}$	相对差
2	6.283185	6.283185	0
3	29.608813	29.608813	$\sim 10^{-16}$
4	124.025107	124.025107	$\sim 10^{-16}$
5	487.045455	487.045455	$\sim 10^{-16}$
6	1836.118109	1836.118109	$\sim 10^{-16}$
7	6729.724355	6729.724355	$\sim 10^{-16}$
8	24162.345822	24162.345822	$\sim 10^{-16}$

在本文的几何里， $m = L = 6$ 就是六元环的边数（§ 2.2）； C_6 的离散拉普拉斯谱为 $\lambda_n = 4 \sin^2(\pi n/6) = 1, 3, 4, 3, 1$ （整数谱），故 5 个非零模的频率恰为 $\omega_n = 1, \sqrt{3}, 2, \sqrt{3}, 1$ 。

附录 B. 幂律扫描与唯一性

以织法结构数（3、5、6、7、8、12、16 等）与 π 的幂作单一组合扫描，偏差 $< 2\%$ 的匹配中， $2b_P \cdot \pi^{(2b_P-1)}$ 是目前唯一有机制 + 有 b_P 闭环的一条（此为对候选空间的陈述，非定理）； b_P 扫描（2/3/4）见 § 4.3，只有 $b_P = 3$ 落在 1836 附近。相关数值可按文中描述独立复现。

附录 C. 数值一览表

表 C.1 全部结构数与数值

量	结构形式	数值 (b_P = 3)
环长	$2b_P$	6
模数	$2b_P - 1$	5
模振幅因子	$\ 2J_n = \ 2 \sin(\pi n/2b_P)$	$6 = S_3 $
主项比值	$2b_P \cdot \pi^{(2b_P-1)}$	$6\pi^5 = 1836.118109$
观测比值	—	1836.15267343
主项残差	$(\text{主项} - \text{观测})/\text{观测}$	-1.8825×10^{-5} (−0.0019%, 未解释)